

剪切梁称重传感器的数学模型和应变计最佳方位

中国运载火箭技术研究院第 702 研究所 刘九卿

【摘要】本文介绍了国内应用较多的剪切梁称重传感器的结构与特点，分析了剪切梁弹性元件的力学特性与边界影响，建立了两端固支中心受集中载荷的矩形截面剪切梁弹性元件的数学模型，对应力、应变场进行分析，求得主应变计算公式，从而找出电阻应变计最佳粘贴方位。

【关键词】称重传感器；电阻应变计；剪切梁；弹性元件；力学特性；应变场

一、概述

自从 20 世纪 70 年代初期，利用剪切应力产生的拉、压成双主应力的称重传感器问世以来，以其全面克服传统正应力称重传感器的固有缺点，而形成了一个新的发展潮流，每年都有多种结构类型的剪切式称重传感器面世。与传统的圆柱式、圆筒式、圆环式、弯曲梁式结构的正应力称重传感器相比，剪切梁式称重传感器有如下特点：

(1) 剪切梁弹性元件的应变区无面积效应和泊松效应影响，受载时截面积无变化，固有线性好；

(2) 剪力沿应变梁的长度方向为一常量，因此称重传感器输出对载荷作用点变化不敏感；

(3) 应变梁为一受弯曲应力作用的弹性元件，中性轴处的应力单元为纯剪切状态，拉、压成双的主应变绝对值基本相等，惠斯通电桥的非线性误差小；

(4) 外形低，稳定性好，加之采用测量正、负应变的电阻应变计对称的组成惠斯通全桥电路，抗偏心 and 侧向载荷能力强；

(5) 当剪切应变梁同时承受拉伸和压缩载荷时，称重传感器灵敏度一致性

好，可用作“拉压型”称重传感器；

(6) 剪切应变梁为双端固支梁，载荷引入点和两个支撑点自成平衡力系，不需要强行维持力矩平衡，边界支撑设计大为简化；

(7) 在剪切应变梁两侧的载荷引入点和两个支撑点之间，对称加工出四个盲孔就形成了工字形截面剪切梁，其技术与应用性能更理想；

(8) 采用钢球与球碗接触引入载荷，使得称重传感器只感受垂直方向的轴向载荷而不感受横向载荷和横向扭矩，保证了称量准确度。

剪切梁称重传感器的弹性元件，按照梁应变区的截面形状不同，分为正方形截面、矩形截面、工字形截面、圆截工字形截面、矩形空心截面和圆形空心截面等多种结构形式，其额定载荷多为 0.5~50t。

在选择称重传感器弹性元件结构时，其固有线性至关重要。引起非线性误差的主要因素是弹性元件、电阻应变计和惠斯通电桥电路，较小的因素是制造工艺。电阻应变计只要选择合理其非线性误差通常是很小的；惠斯通电桥电路的非线性误差，取决于工作桥臂的组成与连接方式、各电阻应变计的应变值；弹性元件的非线性起决定性作用是弹性元件及应变区结构，这些是设计者必须认真考虑的问题。其非线性误差可能来自：

- (1) 应变区的面积效应影响；
- (2) 变形大，应变程度高；
- (3) 泊松比效应导致载荷与应力 ($P-\sigma$) 关系的非线性；
- (4) 边界条件和密封膜片的载荷分路作用；
- (5) 弹性元件材料特性的非线性，即应力应变并非完全线性关系。

这些因素在确定弹性元件结构及边界条件、选择金属材料及热处理规范、确定电阻应变计结构尺寸及工作特性时都应认真考虑，实施优化组合。

二、矩形截面剪切梁弹性元件的数学模型及应力分析

剪切梁称重传感器弹性元件的结构，系建立在两端固支、中心受一集中载荷 P 作用的矩形截面梁的基础之上，其力学模型如图 1 所示，四片和八片电阻应变计

粘贴位置及电桥电路如图 2 (a)、(b) 所示。

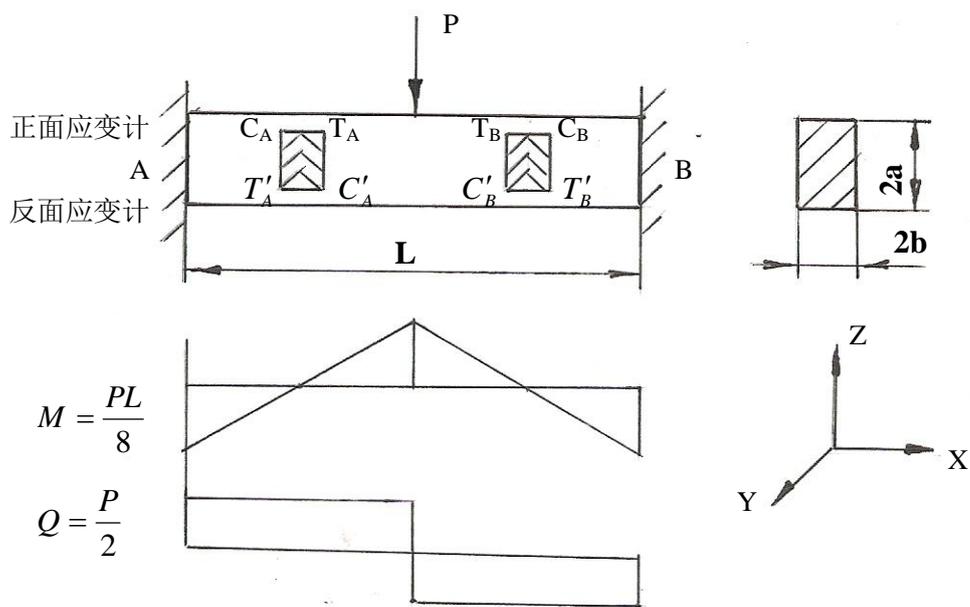


图 1 力学模型与电阻应变计粘贴位置

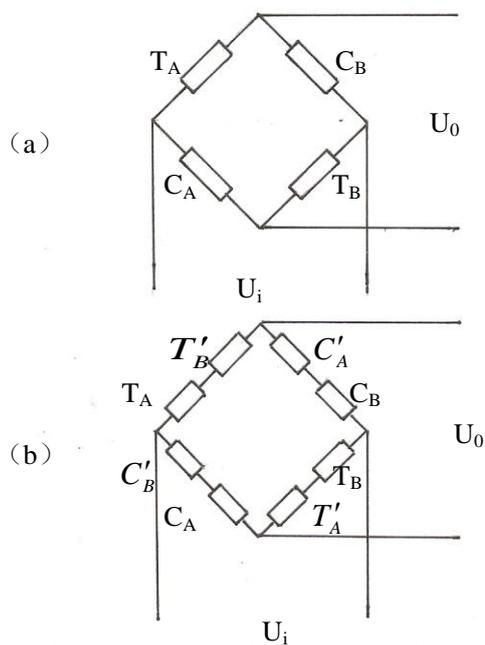


图 2 粘贴四片 (a) 和八片 (b) 电阻应变计的电桥电路

为使两端固支中心承受集中载荷的剪切梁只产生剪切应力, 必须满足下列两个条件:

- (1) 剪切应变梁的载荷引入部分到根部固支部分的有效距离与梁截面的高度比应尽量的小;

(2) 剪切应变梁两个端部的固定形式应为刚性结构, 在受到外载荷作用时, 不产生明显的变形, 即应变梁两端的连接处不能自由转动, 所以 A、B 处的回转角为零, 即

$$\theta_A = \theta_B = 0$$

但在剪力、弯矩作用下, 应变梁产生变形, 故其挠度 f 不为零。

粘贴在矩形截面剪切应变梁弹性元件 X—Z 面上的双剪切型电阻应变计处于二向应力状态, 测量的是与中性轴成 45° 方向的拉、压成双的主应变, 其二向应力张量可用矩阵形式表示:

$$\begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \quad (1)$$

式中 $\sigma_{xz} = \sigma_{zx}$ 为横截面上的剪应力, σ_{xx} 为弯曲应力, σ_{zz} 为正应力。

根据工程上常用梁的理论计算假设, 正应力 σ_{zz} 可忽略不计, 而且可以通过下列方程式证明 σ_{xx} 、 σ_{xz} 与弯矩 M 、剪力 Q 有关:

$$\sigma_{xx} = \frac{MZ}{J}, \quad \sigma_{xz} = \frac{Q}{2J}(a^2 - Z^2) \quad (2)$$

式中: M —剪切应变梁的弯矩

$$M = \frac{P}{2} \left(X + \frac{L}{4} \right) \quad -\frac{L}{2} < X < 0 \quad (3)$$

$$M = \frac{P}{2} \left(X - \frac{L}{4} \right) \quad 0 < X < \frac{L}{2} \quad (4)$$

式中: J —截面的惯性矩 $J = \frac{2b(2a)^3}{12} = \frac{4ba^3}{3}$

$$Q$$
—剪力 $Q = \frac{P}{2}$

因而

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{3P}{8ba^3} Z \left(X + \frac{L}{4} \right) \\ \sigma_{xz} &= \frac{3P}{16ba^3} (a^2 - Z^2) \end{aligned} \quad -\frac{L}{2} < X < 0 \quad (5)$$

及

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= -\frac{3P}{8ba^3}Z\left(X - \frac{L}{4}\right) \\ \sigma_{xz} &= -\frac{3P}{16ba^3}(a^2 - Z^2)\end{aligned}\quad 0 < X < \frac{L}{2} \quad (6)$$

通过弹性元件材料的弹性模量 E 和泊松比 μ 而使应变场和应力场联系起来, 故与上述应力场相应的应变场可表示为:

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\sigma_{xx}}{E} & \frac{1+\mu}{E}\sigma_{xz} \\ \frac{1+\mu}{E}\sigma_{zx} & \frac{-\mu}{E}\sigma_{zz} \end{vmatrix} \quad (7)$$

弹性元件内电阻应变计的理想位置, 应处于应变量最大而应变计敏感栅覆盖范围内的应变变化最小的位置上, 即 $X = \pm \frac{L}{4}$, $Z=0$ 的部位。因为, 此部位的应变场为最大值纯剪切应力场, 而且由于 $M=0$ 、 $Z=0$ 其弯曲应变也为零。由弹性力学知, 在纯剪切应力状态下, 最大剪应力的方向与中性轴的方向一致, 而两个主应力方向与最大剪应力方向互相成 45° 夹角, 所以粘贴电阻应变计时其敏感栅中心线必须与弹性元件中性轴成 45° , 按照相对桥臂电阻应变计应变方向相同, 相邻桥臂电阻应变计应变方向相反的原则组成惠斯通电桥电路。

经推导主应变计算公式为

$$\varepsilon_{TA} = \varepsilon_{TB} = -\varepsilon_{CA} = -\varepsilon_{CB} = \frac{3(1+\mu)P}{16baE} \quad (8)$$

灵敏度计算公式为

$$S = K_g \frac{3(1+\mu)P}{16baE} \times 10^3 \quad \text{mV/V} \quad (9)$$

从以上分析求得的数学模型中不难得出, 在矩形截面双端固支梁的一侧或两侧, 按照一定方位粘贴剪切型电阻应变计组成惠斯通全桥电路, 即可测得在数值上正比于剪应力 (实为剪应力产生的拉、压成双的主应力) 的输出信号。

然而, 图 1 所示的电阻应变计粘贴在梁的一面, 如正面的 T_A 、 C_A 、 T_B 、 C_B 方式, 其电桥电路如图 2 (a) 所示, 这种贴片组桥方式的缺点是对侧向载荷敏感, 当载荷引入点出现偏心加载时会引入附加误差。改进的方法是采用 8 片电阻

应变计组成惠斯通电桥电路，即在双端固支梁的反面再粘贴四片电阻应变计 T'_A 、 T'_B 、 C'_A 、 C'_B ，电桥电路如图 2 (b) 所示。这种粘贴电阻应变计和组桥方法的特点是：保证电桥每一个桥臂均由梁两侧相同应变方向的两片电阻应变计串联组成，当应变梁承受附加载荷时，电阻应变计感受大小相等方向相反的应变量，对电桥输出无影响，提高了称重传感器抗偏心 and 侧向载荷的能力。

三、结束语

本文对两端固支中心受集中载荷 P 作用的矩形截面梁(实际上就是轮辐式称重传感器的一对辐条)，采用建立数学模型的系统分析方法得出的应力、应变计算公式，完全可以应用于方形截面工字梁，圆形截面工字梁，方形空心截面、矩形空心截面剪切梁弹性元件的设计中，以计算弹性元件应变区尺寸，决定全桥电路各电阻应变计的匹配方式等。实际上，在称重传感器设计中建立数学模型分析的范围比较广泛，从经典力学的简单原理到用以确定最佳尺寸和边界的有限单元计算机模型，依然是我国称重传感器研制、生产企业的主要设计与计算手段。近年来迅速发展的三维数字设计与制造技术，将推动称重传感器研制、生产的自动化和智能化，也应引起广泛注意。

参考文献

【1】F. Abdullah, U.. Erdem (英国):. Mathematical Modelling and Design of a Shear Force Load Cell Transducer [M]. VDI—Berichte Nr312, 1987。

【2】В . А . Г о д з и к о в с к и й (前苏联)、夏德英译. 应变式测力传感器剪切弹性元件结构的概述与分析 [J]. 试验技术, 1989 年第 2 期。

【3】刘九卿.电阻应变式称重传感器[M], 中国衡器协会专业技术培训教材, 2007 年。